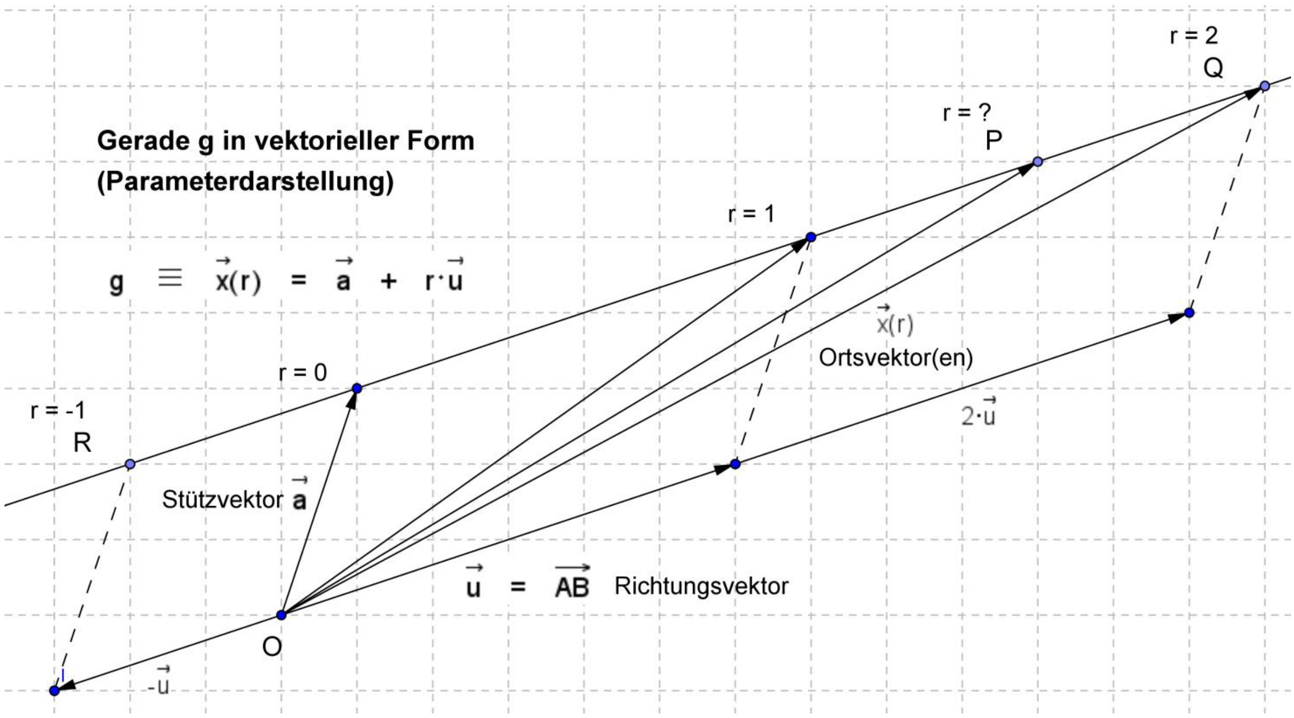
Lineare Algebra mit Analytischer Geometrie – Arbeitsblatt Parameterdarstellung von Geraden

---



1. Ist g eine **Gerade** und sind A und B zwei Punkte von g, so gilt: Ein beliebiger Punkt P von g hat den Ortsvektor $\vec{p} = \vec{a} + r \cdot \vec{u}$ mit $r \epsilon \mathbb{R}$, weil die Punkte A, B und P auf der Geraden liegen, bzw. weil die Vektoren $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{AP}$ kollinear sind.

Allgemein nennt man die Gleichung $\vec{x}(r) = \vec{a} + r \cdot \vec{u}$ eine **Geradengleichung in Parameterform** der Geraden g (mit Parameter r). [Sprachlicher Hinweis: Machen Sie sich klar, dass der unbestimmte Artikel *eine* hier richtig ist.]

Welche Punkte liegen bei $r = 0$ und $r = 1$? Welcher Parameter r gehört zum Punkt P?

---

2. In der Analysis nennt man eine Gleichung der Form $y = m \cdot x + n$ eine lineare Funktion, bzw. den Graph der linearen Funktion eine Gerade. Geben Sie zu dieser Geraden die vektorielle Darstellung an. Was sind in diesem Fall Stützvektor, Richtungsvektor und Parameter?

---

3. Die beiden Gleichungen des linearen Gleichungssystems (LGS, vgl. Kap. 1) der Form

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 &= b_1 \\ a_{21}x_2 + a_{22}x_2 &= b_2 \end{aligned}$$

können als Schnittpunkte von Geraden interpretiert werden. Machen Sie jetzt (noch einmal) eine Aussage über die Anzahl der Elemente der Lösungsmenge.

---

4. Prüfen Sie, ob der Punkt A (-7|-5|8) auf der Geraden $g \equiv \vec{x}(r) = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ liegt? Diese Aufgabe nennt man **Punktprobe**. Formulieren Sie zunächst eine Bedingung dafür, dass A auf der Geraden liegt.

---

5. Geben Sie zwei (verschiedene) Parameterdarstellungen für eine Gerade g an, die durch die Punkte A (1|-2|5) und B (4|6|-2) verläuft. [Beachten Sie noch einmal den sprachlichen Hinweis von Aufgabe 1].

---

6. Geben Sie eine Parametergleichung einer Geraden an, die durch den Punkt P geht und parallel zur Geraden h ist.

a) $P(0|0),\ h \equiv \vec{x}(t) = \binom{0}{2} + t \cdot \binom{4}{1}$ b) $P(-2|-7|1),\ h \equiv \vec{x}(\lambda) = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -7 \\ 1 \end{pmatrix}$.

---

7. a) Geben Sie eine Parametergleichung von den beiden Winkelhalbierenden zwischen der x_1-Achse und der x_2-Achse in einem ebenen Koordinatensystem an.

b) Welche besondere Gerade wird durch die Parametergleichung $g \equiv \vec{x}(t) = t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ beschrieben?

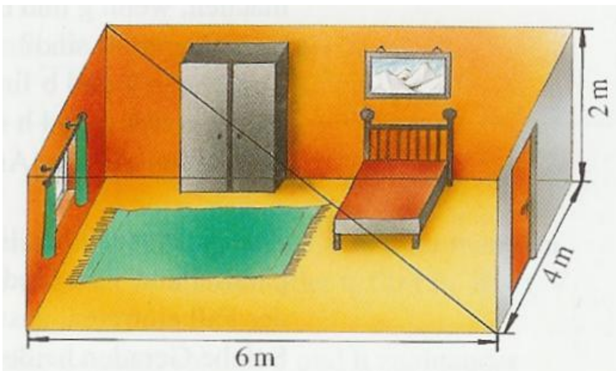
---

8. Zeigen Sie am Beispiel von $g \equiv \vec{x}(\vartheta) = \binom{3}{2} + \vartheta \cdot \binom{4}{1}$, wie man aus einer Parametergleichung einer Geraden die Steigung und den Abschnitt auf der y-Achse von g bestimmen kann.

---

9. Geben Sie eine Parametergleichung derjenigen Geraden an, die durch die Raumdiagonale im nebenstehenden Bild festgelegt ist.

Legen Sie zunächst ein geeignetes Koordinatensystem fest.



---

10. Beantworten Sie die Frage: „Was ist eine Gerade?“
